

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 16.03.2018

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

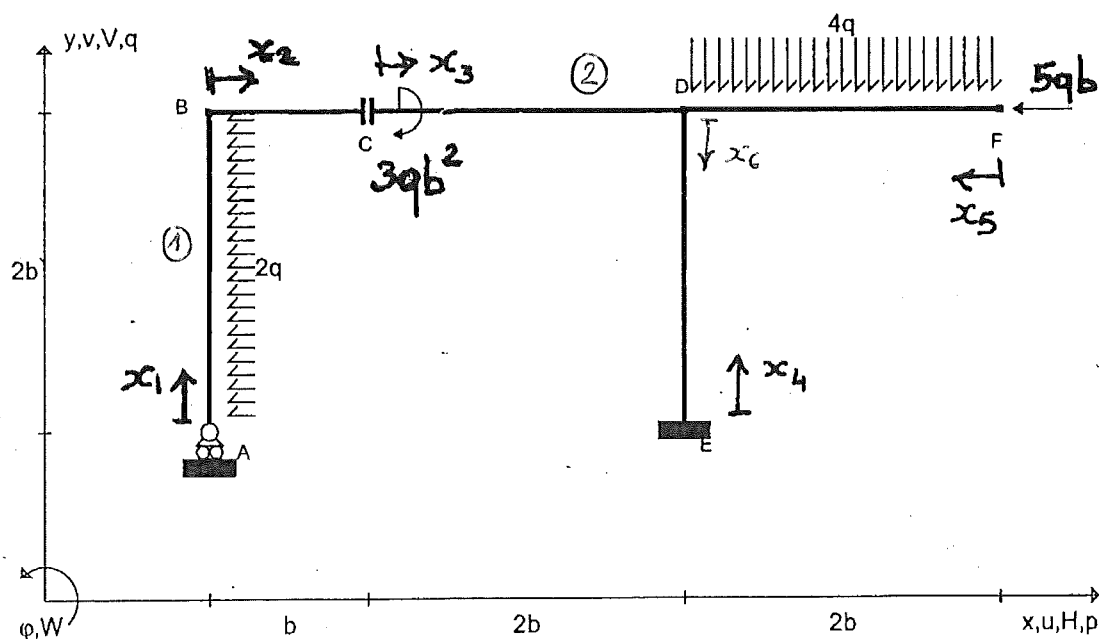
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 16.03.18\*001



Eq. ausiliaria:  $R_y^{(1)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

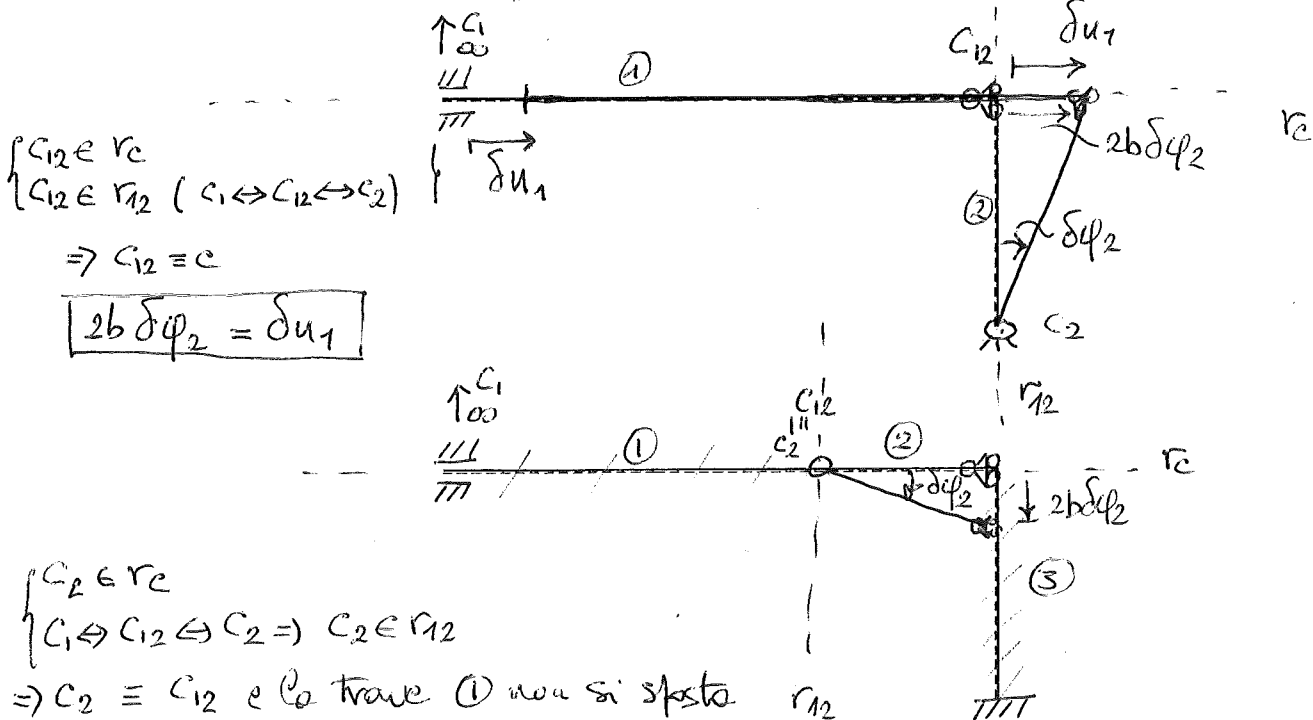
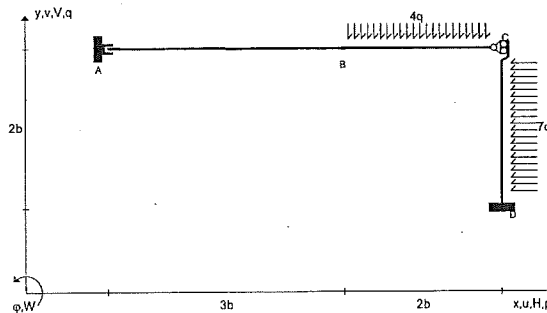
Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari SdC\_SdA 16.03.18\*005



$$M_D(\varphi) = -14.9b^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (5b, 0);$$

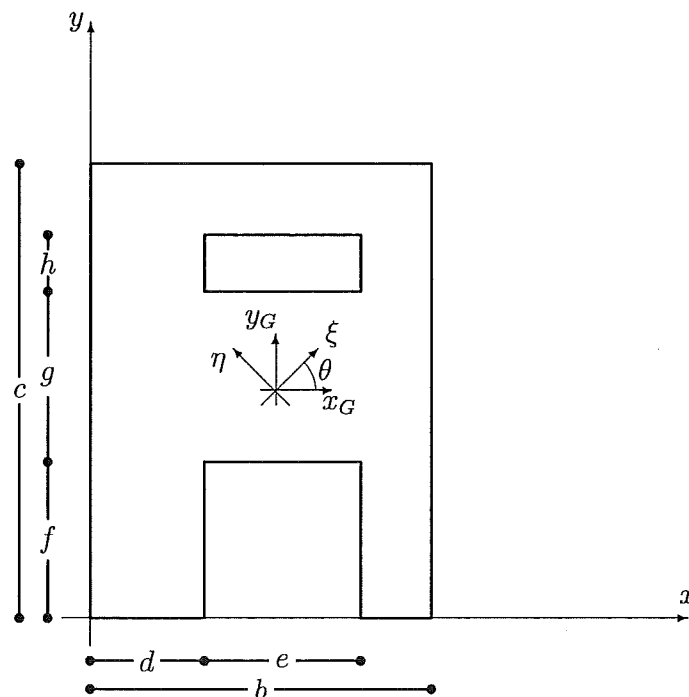
$$v_B = 0; u_C = \delta u_1 = 2b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\varphi) = -8.9b^2; v_B = 0; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 3a$ ;  $c = 4a$ ;  $d = a$ ;  $e = a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = 2a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



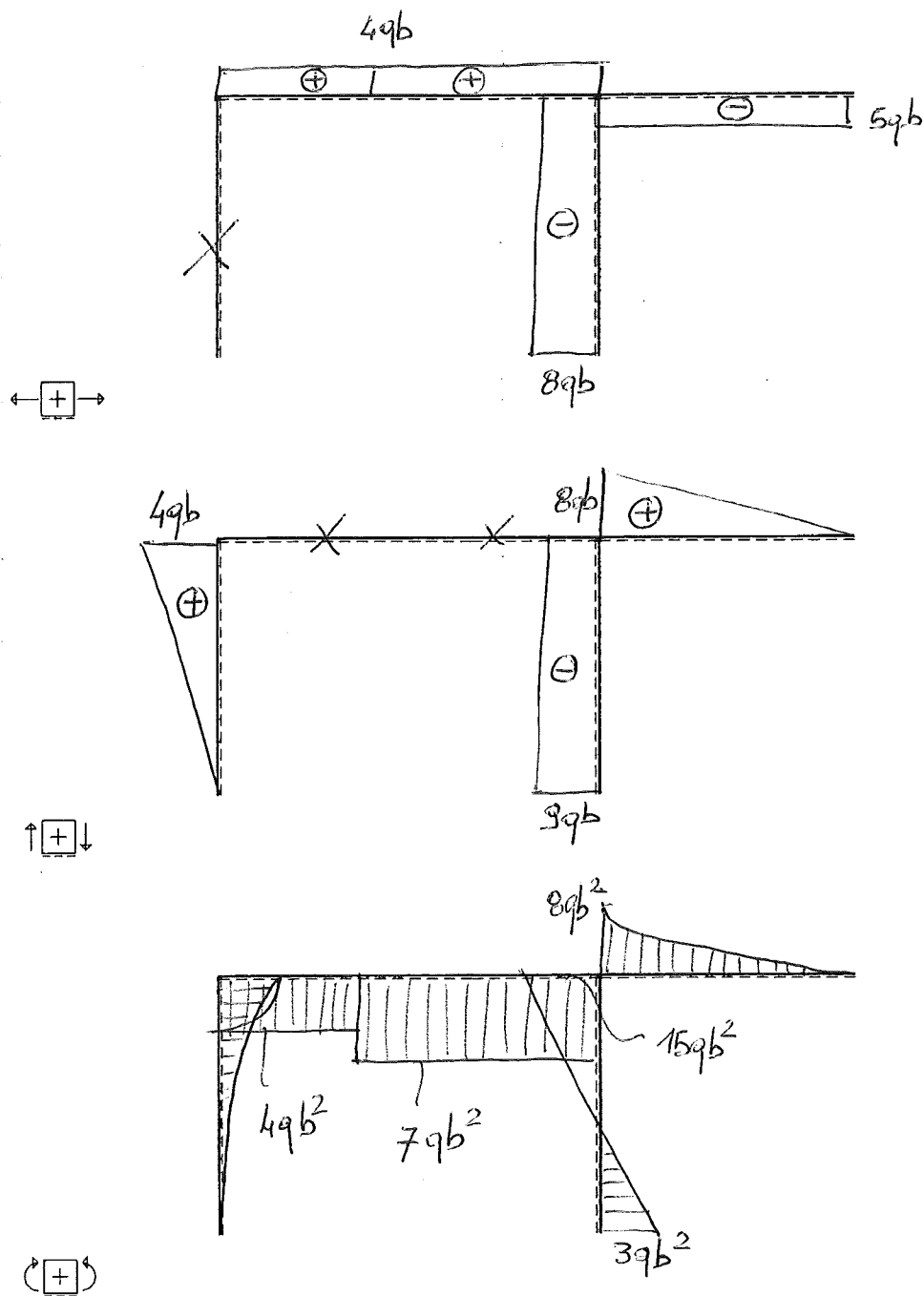
$$S_x = 20a^3; S_y = 15a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{2}a = 1.50000a; y_G = 2a;$$

$$J_{xG} = \frac{46}{3}a^4 = 15.33333a^4; J_{yG} = \frac{53}{6}a^4 = 8.83333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{46}{3}a^4 = 15.33333a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{53}{6}a^4 = 8.83333a^4;$$



$V_A(\uparrow) = \dots 0 \dots$				$H_E(\Rightarrow) = \dots 8qb \dots$				$V_E(\uparrow) = \dots 8qb \dots$				$M_E(\curvearrowright) = \dots -3qb^2 \dots$			
$N_{AB} = \dots 0 \dots$				$T_{AB} = \dots 2qx_1 \dots$				$M_{AB} = \dots qx_1^2 \dots$							
$N_{BC} = \dots 4qb \dots$				$T_{BC} = \dots 0 \dots$				$M_{BC} = \dots 4qb^2 \dots$							
$N_{CD} = \dots 4qb \dots$				$T_{CD} = \dots 0 \dots$				$M_{CD} = \dots 7qb^2 \dots$							
$N_{ED} = \dots -8qb \dots$				$T_{ED} = \dots -9qb \dots$				$M_{ED} = \dots \int -3qb^2 + 9qb \times 4 \dots$							
$N_{FD} = \dots -5qb \dots$				$T_{FD} = \dots 4qx_5 \dots$				$M_{FD} = \dots -2qx_5^2 \dots$							

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 16.03.2018

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

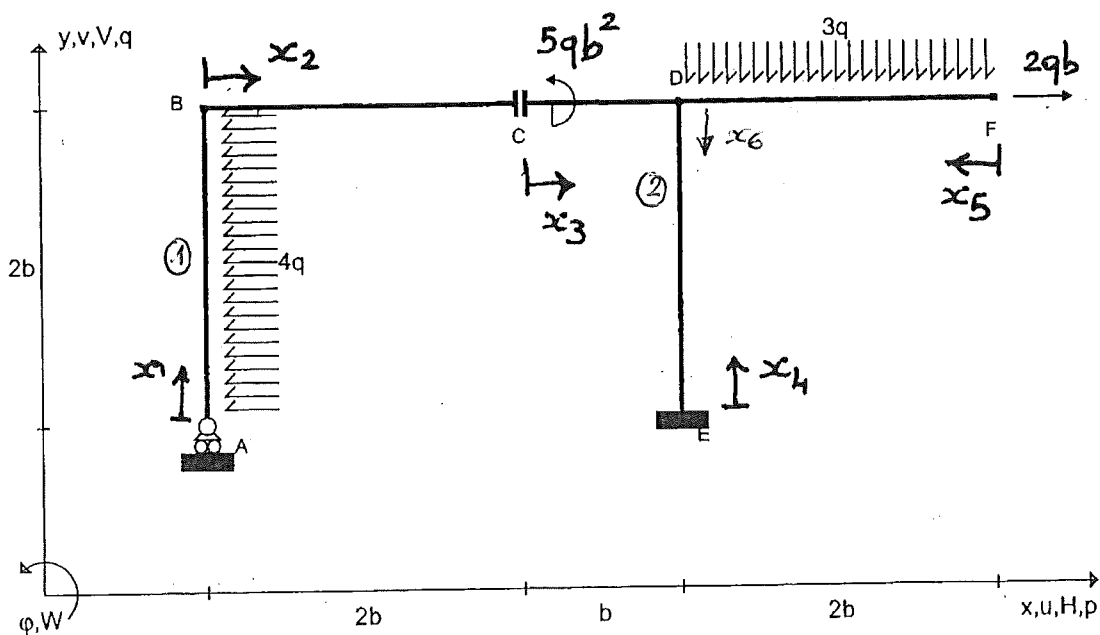
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 16.03.18\*002



Eq. ausiliario:  $R_y^{(1)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

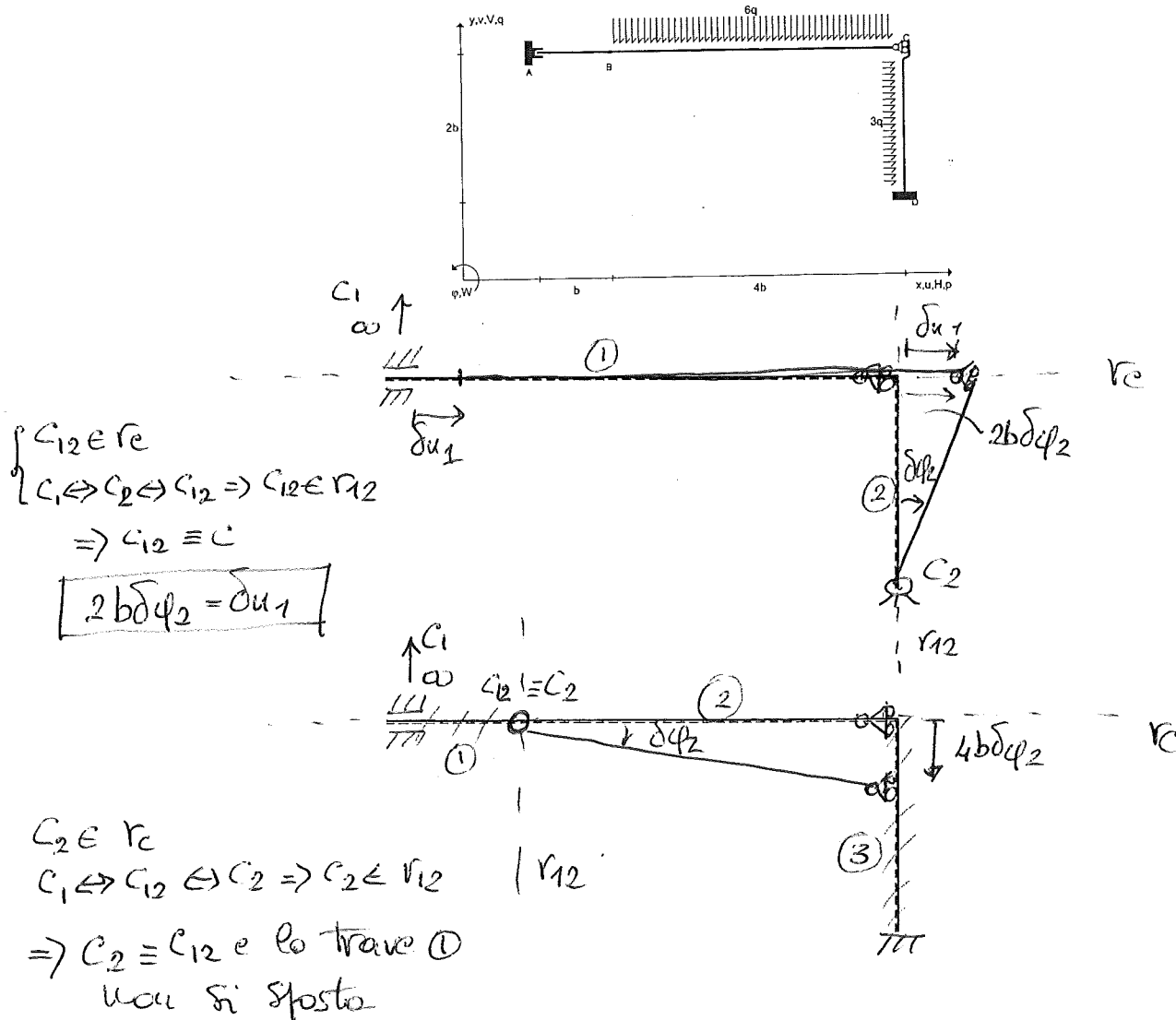
Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari SdC\_SdA 16.03.18\*006



$$M_D(\varphi) = +6qb^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (5b, 0);$$

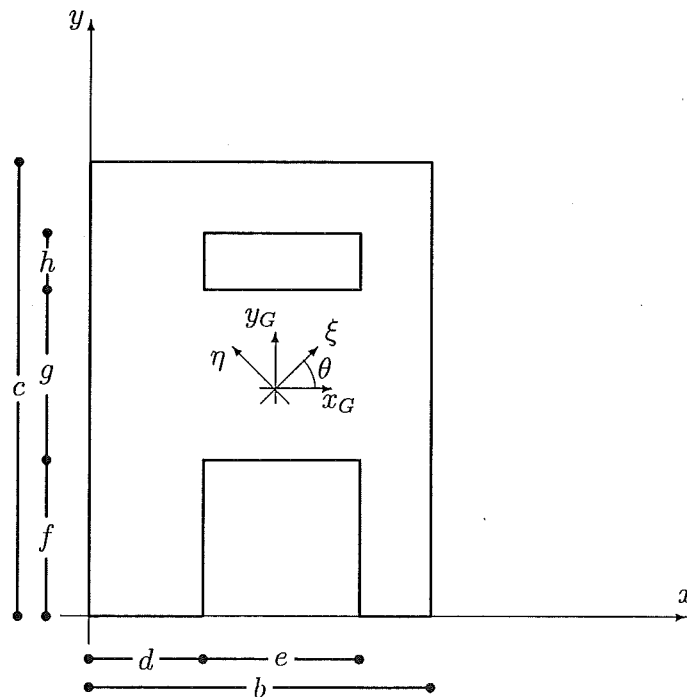
$$v_B = 0; u_C = \delta u_1 = 2b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\varphi) = -48qb^2; v_B = 0; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 3a$ ;  $c = 5a$ ;  $d = a$ ;  $e = a$ ;  $f = 0$ ;  $g = 2a$ ;  $h = a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



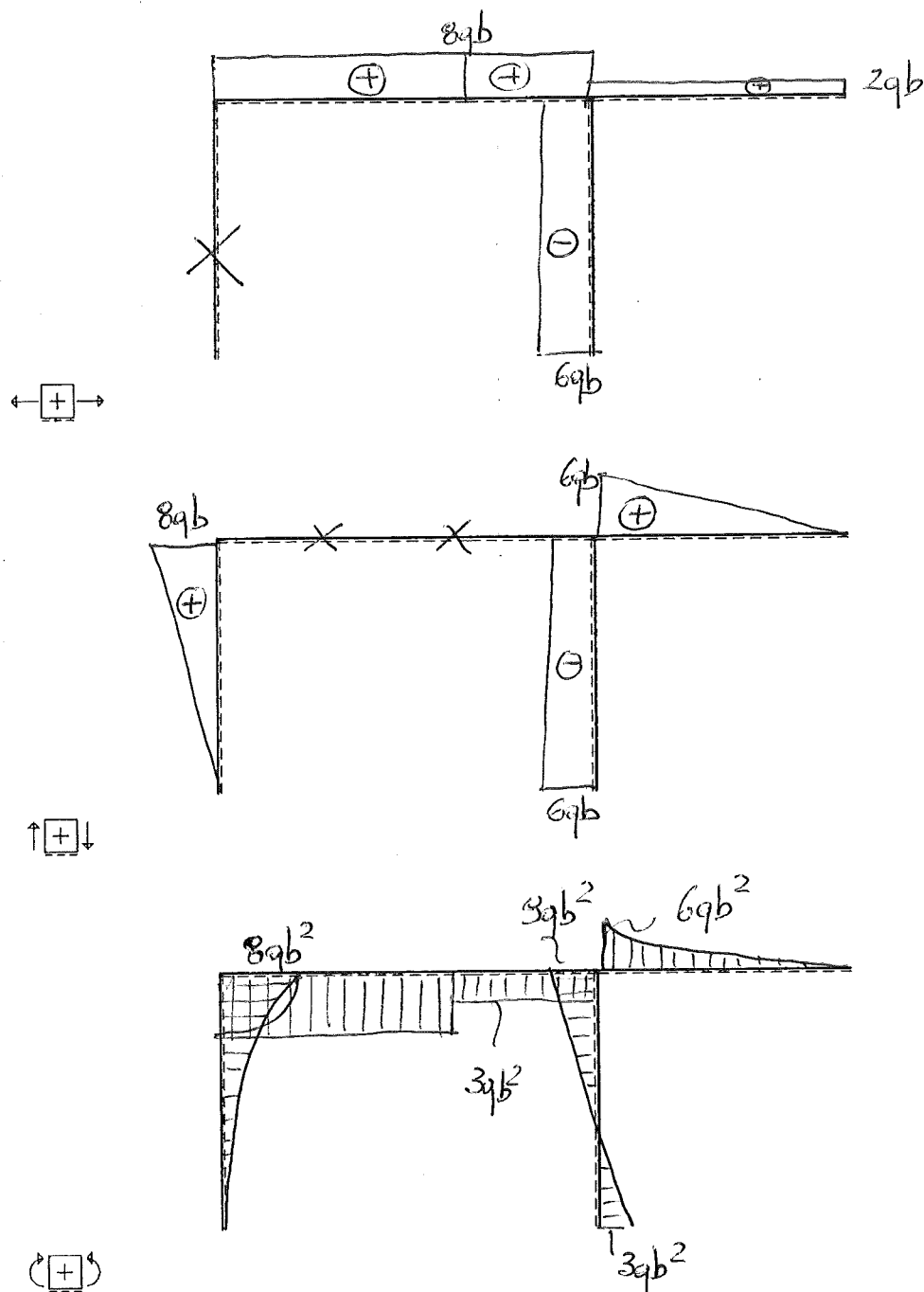
$$S_x = 35a^3; S_y = 21a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{2}a = 1.50000a; y_G = \frac{5}{2}a = 2.50000a;$$

$$J_{xG} = \frac{187}{6}a^4 = 31.16667a^4; J_{yG} = \frac{67}{6}a^4 = 11.16667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{187}{6}a^4 = 31.16667a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{67}{6}a^4 = 11.16667a^4;$$



$V_A(\uparrow) = \dots 0 \dots$				$H_E(\Rightarrow) = \dots 6qb \dots$				$V_E(\uparrow) = \dots 6qb \dots$				$M_E(\curvearrowright) = \dots -3qb^2 \dots$			
$N_{AB} = \dots 0 \dots$				$T_{AB} = \dots 4qx_1 \dots$				$M_{AB} = \dots 2qx_1^2 \dots$							
$N_{BC} = \dots 8qb \dots$				$T_{BC} = \dots 0 \dots$				$M_{BC} = \dots 8qb^2 \dots$							
$N_{CD} = \dots 8qb \dots$				$T_{CD} = \dots 0 \dots$				$M_{CD} = \dots 3qb^2 \dots$							
$N_{ED} = \dots -6qb \dots$				$T_{ED} = \dots -6qb \dots$				$M_{ED} = \dots \begin{cases} -3qb^2 + 6qb \times 4 \\ 9qb^2 - 6qb \times 6 \end{cases} \dots$							
$N_{FD} = \dots 2qb \dots$				$T_{FD} = \dots 3qx_5 \dots$				$M_{FD} = \dots -\frac{3}{2}qx_5^2 \dots$							



**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 16.03.2018

Parte I - Testo 3

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

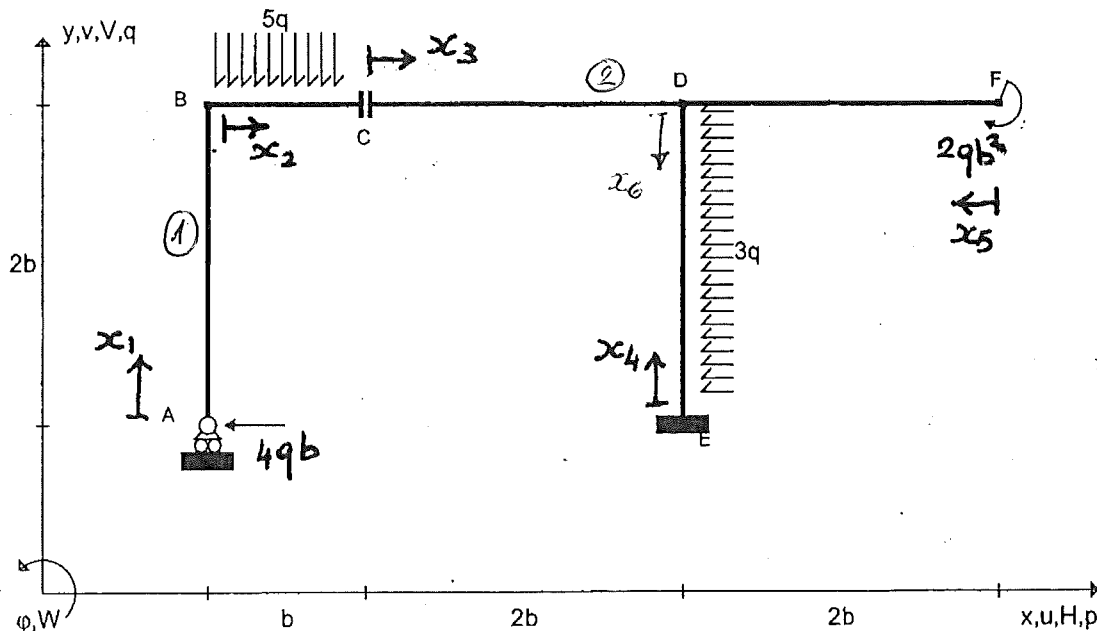
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 16.03.18\*003



Eq. ausiliaria:  $R_y^{(1)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

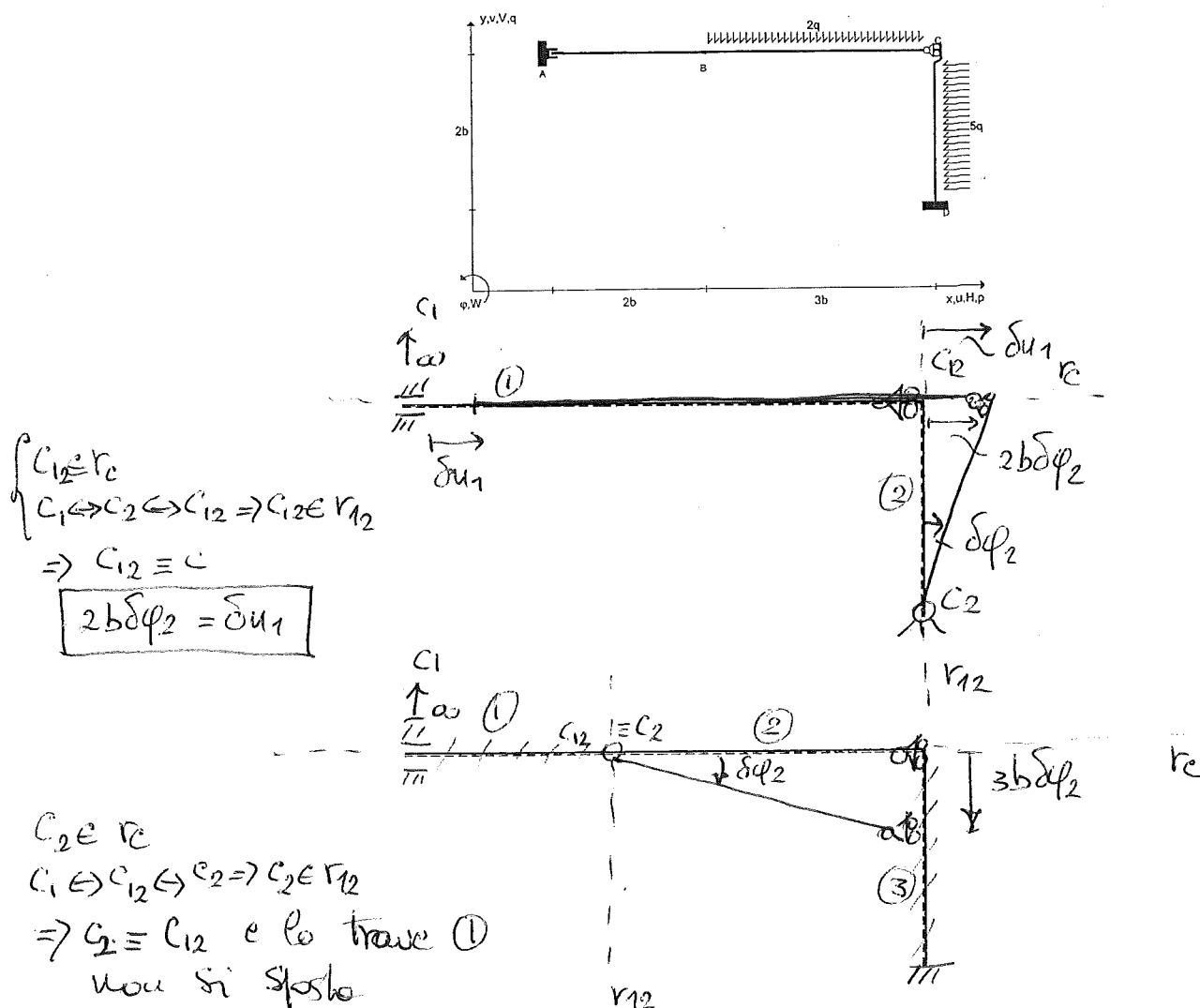
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 16.03.18\*007



$$M_D(\hat{\varphi}) = -10.9b^2; C_1 = (a, a); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (5b, 0);$$

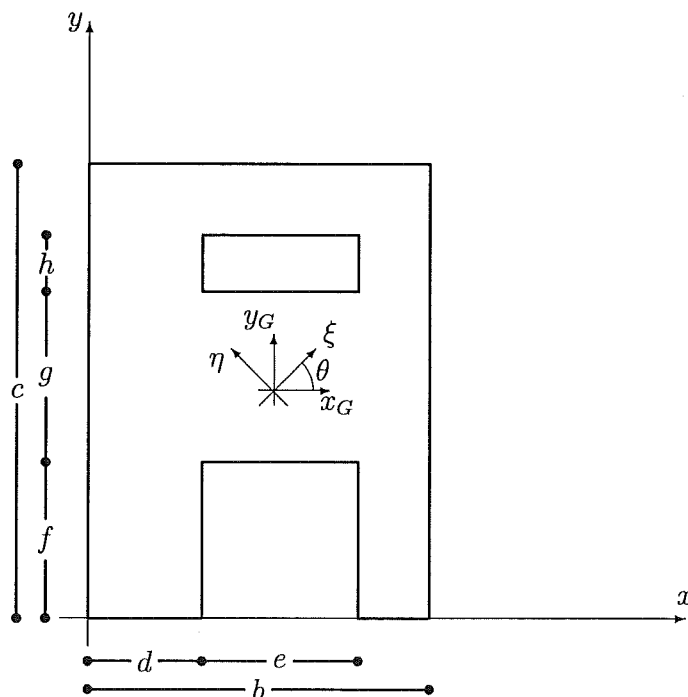
$$v_B = 0; u_C = \delta u_1 = 2b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\hat{\varphi}) = -9ab^2; v_B = 0; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 3a$ ;  $c = 5a$ ;  $d = a$ ;  $e = a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = 3a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



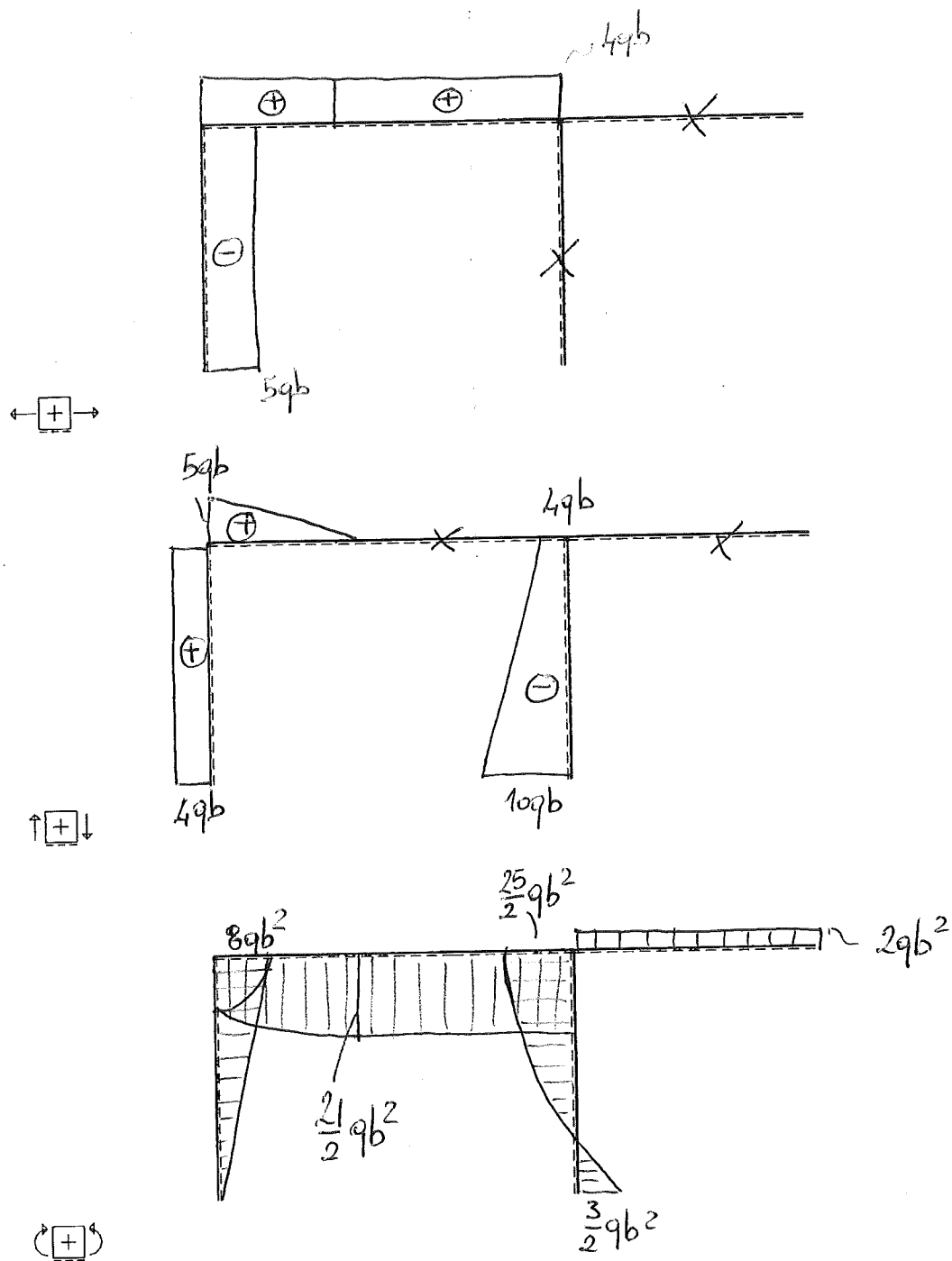
$$S_x = 30a^3; S_y = 18a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{2}a = 1.50000a; y_G = \frac{5}{2}a = 2.50000a;$$

$$J_{xG} = 29a^4; J_{yG} = 11a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 29a^4; J_\eta = J_{\min} = 11a^4;$$



$V_A (\uparrow) = 5qb$				$H_E (\Rightarrow) = 10qb$				$V_E (\uparrow) = 0$				$M_E (\curvearrowright) = -\frac{3}{2}qb^2$			
$N_{AB} = -5qb$				$T_{AB} = 4qb$				$M_{AB} = 4qbx_1$							
$N_{BC} = 4qb$				$T_{BC} = 5qb - 5qx_2$				$M_{BC} = 8qb^2 + 5qbx_2 - \frac{5}{2}qx_2^2$							
$N_{CD} = 4qb$				$T_{CD} = 0$				$M_{CD} = \frac{21}{2}qb^2$							
$N_{ED} = 0$				$T_{ED} = \begin{cases} -10qb + 3qx_4 \\ -4qb - 3qx_6 \end{cases}$				$M_{ED} = \begin{cases} -\frac{3}{2}qb^2 + 10qbx_4 - \frac{3}{2}qx_4^2 \\ \frac{25}{2}qb^2 - 4qbx_6 - \frac{3}{2}qx_6^2 \end{cases}$							
$N_{FD} = 0$				$T_{FD} = 0$				$M_{FD} = -2qb^2$							



## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

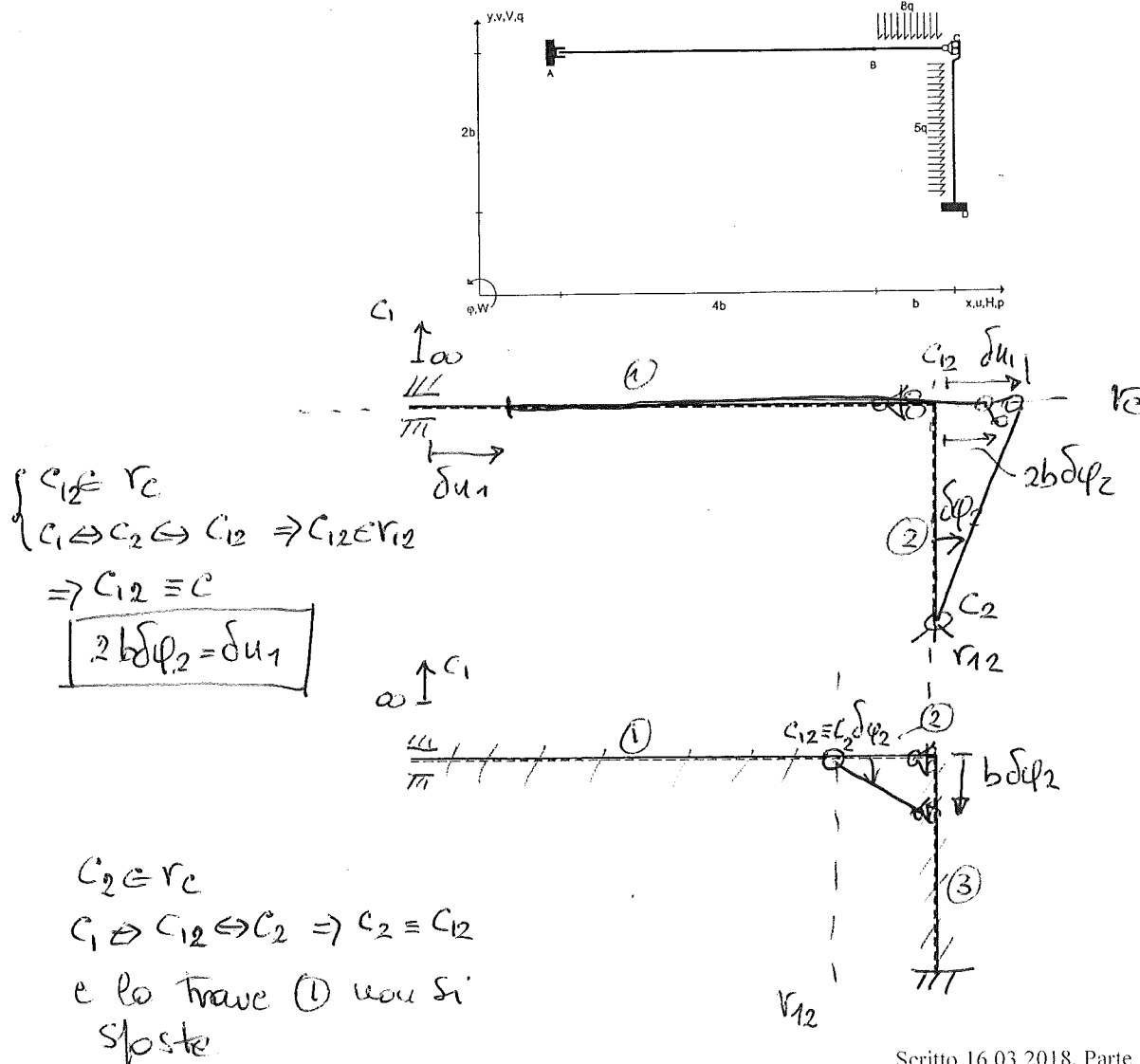
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 16.03.18\*008



$$M_D(\varnothing) = +10ab^2; C_1 = (\infty, \infty); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (5b, 0);$$

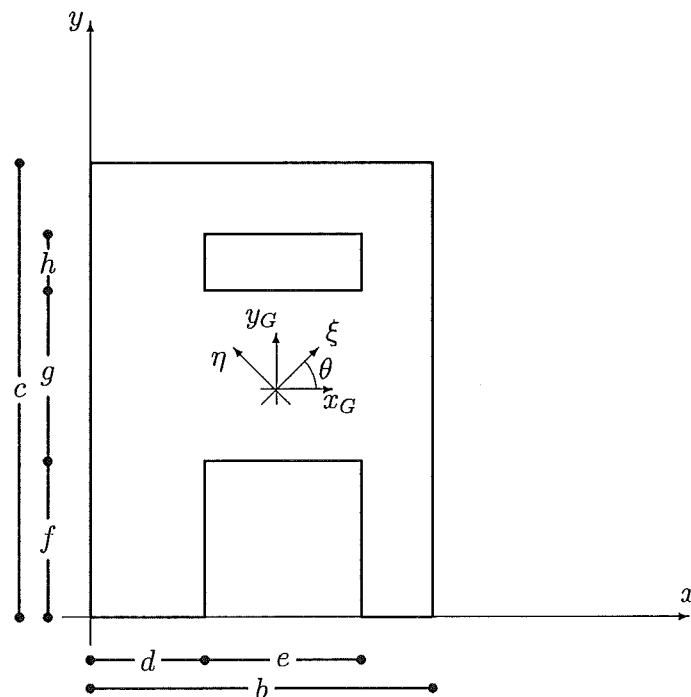
$$v_B = 0; u_C = \delta u_1 = 2b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\varnothing \square \varnothing) = -4ab^2; v_B = 0; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 4a$ ;  $c = 5a$ ;  $d = a$ ;  $e = 2a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = 3a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



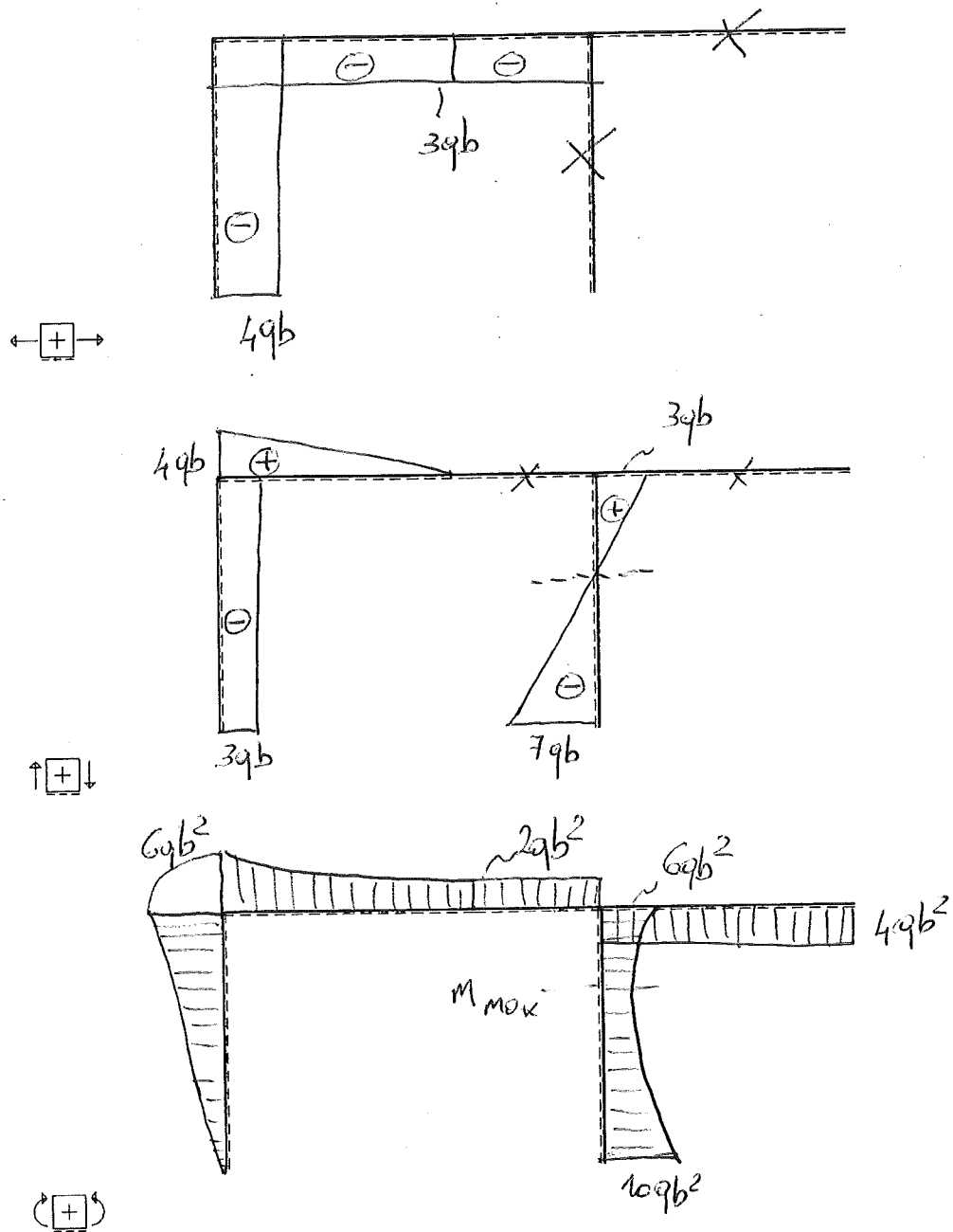
$$S_x = 35a^3; S_y = 28a^3;$$

$$x_G = 2a; y_G = \frac{5}{2}a = 2.50000a;$$

$$J_{xG} = \frac{223}{6}a^4 = 37.16667a^4; J_{yG} = \frac{74}{3}a^4 = 24.66667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{223}{6}a^4 = 37.16667a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{74}{3}a^4 = 24.66667a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 4qb; H_E (\Rightarrow) = 7qb; V_E (\uparrow) = 0; M_E (\curvearrowright) = -10qb^2; \\
 N_{AB} &= -4qb; T_{AB} = -3qb; M_{AB} = -3qb \cdot x_1; \\
 N_{BC} &= -3qb; T_{BC} = 4qb - 2q \cdot x_2; M_{BC} = -6qb^2 + 4qb \cdot x_2 - qx_2^2; \\
 N_{CD} &= -3qb; T_{CD} = 0; M_{CD} = -2qb^2; \\
 N_{ED} &= 0; T_{ED} = \begin{cases} -7qb + 5qx_4 \\ 3qb - 5q \cdot x_6 \end{cases}; M_{ED} = \begin{cases} -10qb^2 + 7qb \cdot x_4 - \frac{5}{2}qx_4^2 \\ -6qb^2 + 4qb \cdot x_6 - \frac{5}{2}qx_6^2 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= 0; T_{FD} = 0; M_{FD} = 4qb^2;
 \end{aligned}$$